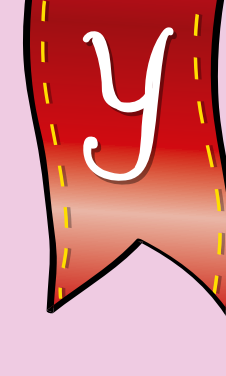




Любий друже! Пам'ятай:

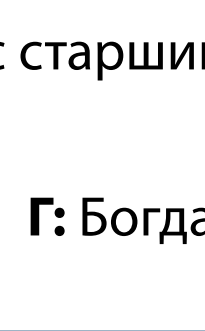
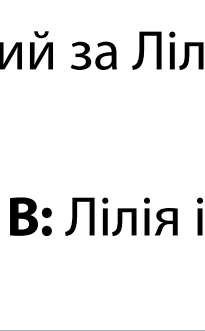
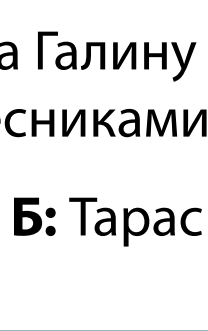
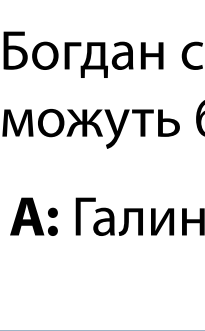
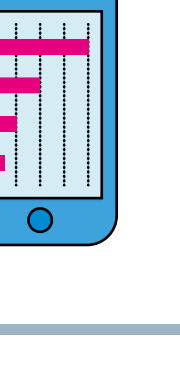
- * за кожну задачу можна отримати від трьох до п'яти балів;
- * за неправильну відповідь бали не знімаються;
- * серед запропонованих варіантів відповідей є лише один правильний;
- * користуватись калькулятором, математичними довідниками чи іншою допоміжною літературою категорично заборонено;

Будь уважний! Тобі під силу віднайти всі правильні відповіді! Бажаємо успіху!



Завдання 1 – 10 оцінюються трьома балами

1 На смартфоні Генрі діаграма показує, скільки часу він витратив минулого тижня на кожен зі своїх чотирьох додатків. Додатки впорядковано від найбільшого до найменшого витраченого часу. Цього тижня він витратив таку ж кількість часу, як минулого тижня, для кожної з двох його програм і вдвічі менше часу для двох інших. Яка з наведених нижче діаграм **НЕ МОЖЕ** бути діаграмою цього тижня?



- A:** **Б:** **В:** **Г:** **Д:**

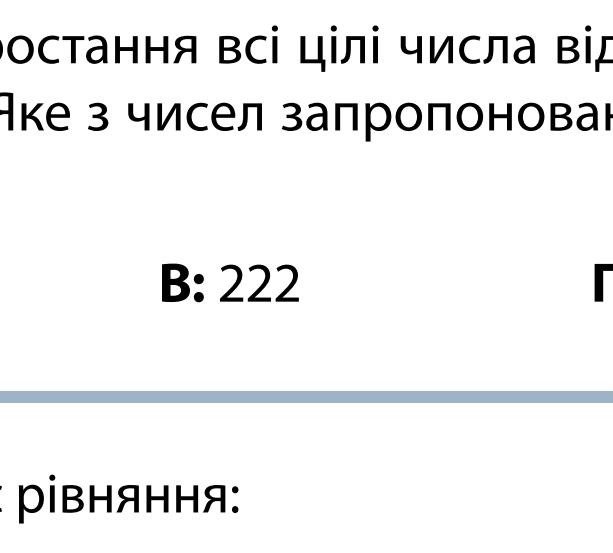
2 Богдан старший за Галину і молодший за Лілію. Тарас старший за Богдана. Які дві людини можуть бути ровесниками?

- A:** Галина і Тарас **Б:** Тарас і Лілія **В:** Лілія і Галина **Г:** Богдан і Лілія **Д:** Тарас і Богдан

3 Добуток цифр десятицифрового числа дорівнює 15. Чому дорівнює сума цифр цього числа?

- A:** 8 **Б:** 12 **В:** 15 **Г:** 16 **Д:** 20

4 Чотири однакові кола радіусом 1 перетинаються так, як показано на малюнку. Чому дорівнює периметр затіненої області?



- A:** π **Б:** число між $\frac{3\pi}{4}$ і $\frac{3\pi}{2}$ **В:** $\frac{3\pi}{2}$ **Г:** 2π **Д:** π^2

5 Данило записує в порядку зростання всі цілі числа від 2 до 2022, у записі яких використовуються лише цифри 0 і 2. Яке з чисел запропонованих у відповідях є медіаною цього списку?

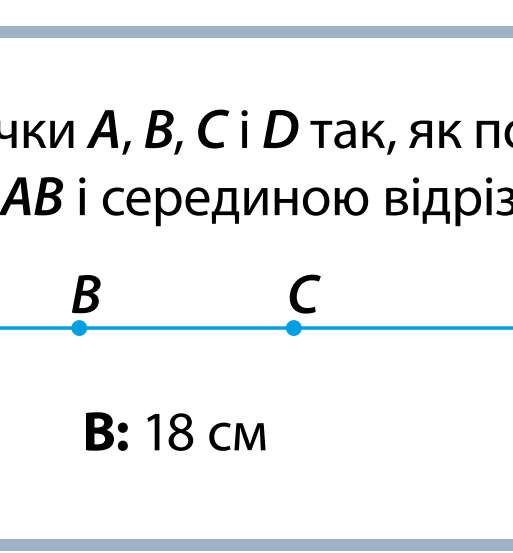
- A:** 200 **Б:** 220 **В:** 222 **Г:** 2000 **Д:** 2002

6 Скільки дійсних розв'язків має рівняння:

$$(\cos x - 1)^2 + (x^2 - 4\pi^2)^2 = 0$$

- A:** 0 **Б:** 1 **В:** 2 **Г:** 3 **Д:** 4

7 На аркуші в клітинку намалювали чотири прями, які перетинаються, утворюючи вісім рівних кутів, що вирізають на концентричних колах п'ять синіх дуг, позначених літерами (див. мал.). Яка із синіх дуга має таку ж довжину, як і червоне коло?

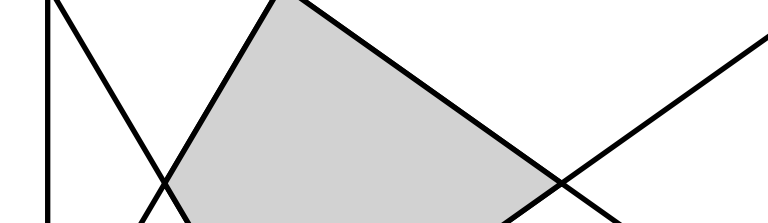


- A:** A **Б:** B **В:** C **Г:** D **Д:** E

8 Нехай a, b, c – дійсні ненульові числа. Добутки $3a^3b^5c^{-4}$ і $-2a^4b^3c^2$ мають однаковий знак. Яке з наведених у відповідях твердження є обов'язково правильним?

- A:** $ab > 0$ **Б:** $b > 0$ **В:** $c > 0$ **Г:** $bc > 0$ **Д:** $a < 0$

9 Михайлик позначив на прямій точки A, B, C і D так, як показано на малюнку. Чому дорівнює відстань між серединою відрізка AB і серединою відрізка CD , якщо $AC = 12$ см і $BD = 18$ см?



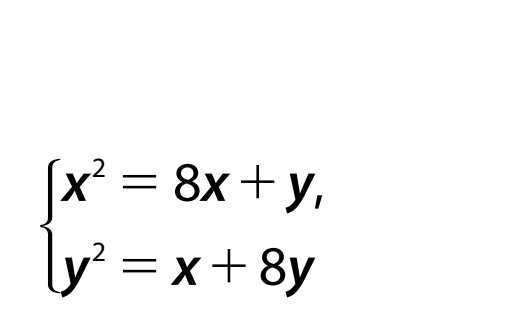
- A:** 15 см **Б:** 12 см **В:** 18 см **Г:** 6 см **Д:** 9 см

10 Середнє вибірки з п'яти чисел дорівнює 24. Середнє трьох найменших чисел цієї вибірки дорівнює 19, а середнє трьох найбільших чисел цієї вибірки – 28. Чому дорівнює медіана цієї вибірки?

- A:** 20 **Б:** 21 **В:** 22 **Г:** 23 **Д:** 24

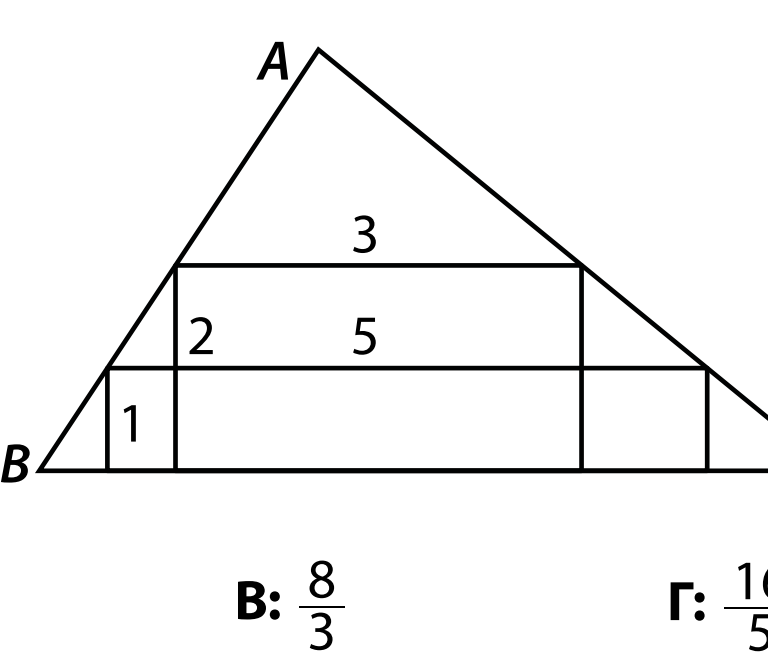
Завдання 11 – 20 оцінюються чотирма балами

11 Зараз на механічному лічильнику води всі цифри різні (див. мал.). Скільки води буде використано до наступного моменту, коли всі цифри лічильника знову будуть різними?



- A:** 0,006 м³ **Б:** 0,034 м³ **В:** 0,086 м³ **Г:** 0,137 м³ **Д:** 1,048 м³

12 На сторонах прямокутника $ABCD$ позначено точки L та N так, що $AL = ND$. Яка частина прямокутника заштрихована?

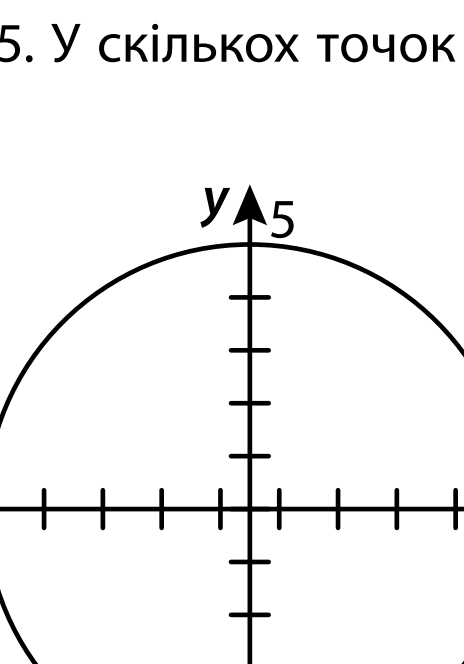


- A:** $\frac{2}{5}$ **Б:** $\frac{1}{3}$ **В:** $\frac{2}{7}$ **Г:** $\frac{1}{4}$ **Д:** $\frac{1}{5}$

13 Чому дорівнює найбільший спільний дільник чисел $2^{2021} + 2^{2022}$ і $3^{2021} + 3^{2022}$?

- A:** 2^{2021} **Б:** 1 **В:** 2 **Г:** 6 **Д:** 12

14 На схемі зображено сітку доріг між шістнадцятьма містами. Уряд хоче побудувати електростанції в деяких містах. Кожна електростанція може забезпечити достатню кількість електроенергії лише для міста, де вона розташована та для всіх міст, зв'язаних з ним дорогою, яка не проходить через інше місто. Яку найменшу кількість електростанцій необхідно побудувати?



- A:** 3 **Б:** 4 **В:** 5 **Г:** 6 **Д:** 7

15 Скільки всього дільників числа 30^9 є повними квадратами?

- A:** 64 **Б:** 81 **В:** 90 **Г:** 125 **Д:** 30^8

16 Чому дорівнює $x^2 + y^2$, якщо $x \neq y$ і

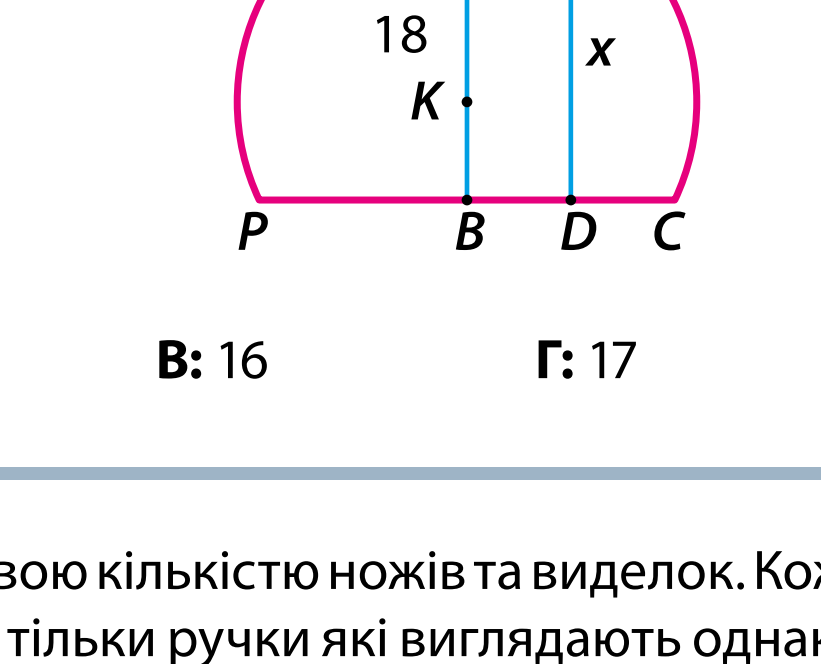
$$\begin{cases} x^2 = 8x + y, \\ y^2 = x + 8y \end{cases}$$

- A:** 9 **Б:** 49 **В:** 63 **Г:** 21 **Д:** 56

17 Областю визначення функції $f(x) = \lg(x^2 + (a+1)x + b)$ є множина $(-\infty; -2) \cup (-2; +\infty)$. Чому дорівнює значення виразу $5a - 3b$?

- A:** 7 **Б:** 3 **В:** 11 **Г:** 13 **Д:** 27

18 У трикутник ABC вписано два прямокутники розмірами 1×5 і 2×3 відповідно (див. мал.). Чому дорівнює висота трикутника ABC , проведена з точки A до сторони BC ?



- A:** 3 **Б:** $\frac{7}{2}$ **В:** $\frac{8}{3}$ **Г:** $\frac{16}{5}$ **Д:** $\frac{17}{5}$

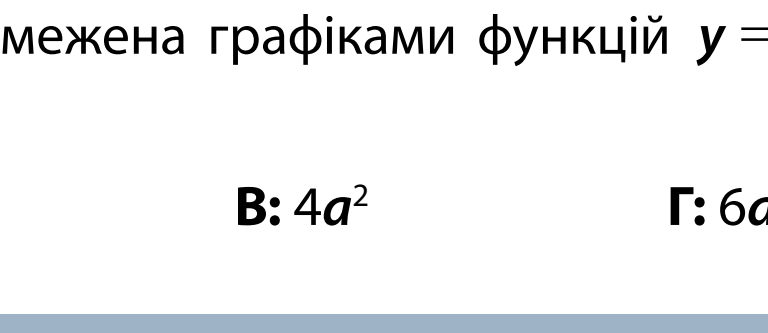
19 Нехай $f: R \rightarrow R$ – функція, що задовольняє наступні умови:

$$f(x) = \begin{cases} x, & \text{якщо } x \geq 2 \\ f(4-x), & \text{якщо } 0 \leq x < 2 \\ f(x+2), & \text{якщо } x < 0 \end{cases}$$

Чому дорівнює $f(-5)$?

- A:** -1 **Б:** -3 **В:** 1 **Г:** 3 **Д:** 5

20 Квадратний аркуш паперу зі стороною 10 см розрізали на чотири однакові трикутники (див. мал. 1). Усі трикутники виклали на прямокутний аркуш так, як показано на малюнку 2. Чому дорівнює площа частини аркуша, покритої трикутниками?



- A:** $75\sqrt{2}$ см² **Б:** $(125\sqrt{2} - 100)$ см² **В:** $(75 + 25\sqrt{2})$ см² **Г:** $(50 + 50\sqrt{2})$ см² **Д:** $(250 - 100\sqrt{2})$ см²

Завдання 21 – 30 оцінюються п'ятьма балами

21 Коло з центром $(0, 0)$ має радіус 5. У скількох точках на цьому колі обидві координати є цілими числами?

- A:** 5 **Б:** 8 **В:** 12 **Г:** 16 **Д:** 20

22 Коефіцієнти многочлена $P(x) = a_0x^3 + a_1x^2 + a_2x + a_3$ є однозначними натуральними числами. Чому дорівнює значення $P(10)$, якщо $P(\sqrt{10}) = 12 + 34\sqrt{10}$?

- A:** 46 **Б:** 352 **В:** 1234 **Г:** 2022 **Д:** 3142

23 У парку живуть слони і бегемоти. Загальна вага слонів у 10 разів більше загальної ваги бегемотів. Одного разу відьма перетворила найважчого бегемота на слона, не змінивши його ваги. Після цього загальна вага слонів стала у 12 разів більшою за загальну вагу бегемотів. Якою могла бути найменша кількість бегемотів в парку спочатку?

- A:** 7 **Б:** 8 **В:** 9 **Г:** 11 **Д:** 12

24 У прямокутній системі координат зображено квадрат (див. мал.). Кожну точку з координатами (x, y) зображеного квадрата змінили на відповідну точку з координатами $(\frac{1}{x}, \frac{1}{y})$. Як буде виглядати нова фігура у цій системі координат?

- A:** **Б:** **В:** **Г:** **Д:**

25 Вершини 20-кутника пронумеровані числами від 1 до 20 так, щоб будь-які два числа у сусідніх вершинах відрізнялися або на 1, або на 2. Сторони 20-кутника, що з'єднують вершини, числа у яких відрізняються лише на 1, пофарбовано в червоний колір. Скільки червоних сторін?

- A:** 1 **Б:** 2 **В:** 5 **Г:** 10 **Д:** 11

26 У колі з центром у точці K проведено діаметр AL і перпендикулярну до нього хорду PC які перетинаються в точці B (див. мал.). З точки D відрізка BC проведемо перпендикуляр DE . Чому довжина DE , якщо $AB = 18$, $BD = 5$ і $DC = 7$?

- A:** 14 **Б:** 15 **В:** 16 **Г:** 17 **Д:** жодного з попередніх

27 На столі є піднос з однаковою кількістю ножів та виделок. Кожен столовий прибор покрито серветкою, так, що видно тільки ручки які виглядають однаково. Учень навмання взяв два прибори. Ймовірність витягнути ніж і виделку була 0,6, але він витягнув дві виделки. Чому дорівнює ймовірність витягнути ніж взявши навмання ще один прибор?

- A:** 0,56 **Б:** 0,6 **В:** 0,64 **Г:** 0,75 **Д:** 0,8

28 У послідовності $\{a_n\}$, $a_n \in (0; 1)$. Для всіх $n \geq 1$, $a_{2n} = a_n \cdot a_n + 1$ та $a_{2n+1} = a_n \cdot a_n - 2$. Якщо $a_1 = 2$, то a_2 дорівнює:

- A:** a_1 **Б:** 2 **В:** 3 **Г:** 4 **Д:** 5

29 У правильній шестикутній призмі зрізали верхні кути так, як показано на малюнку. Верхня грань перетворилася на менший правильний шестикутник, а шість бічних прямокутних граней на 12 рівнобедрених трикутників. Яку частину об'єму призми зрізали?

- A:** $\frac{1}{6}$ **Б:** $\frac{1}{12}$ **В:** $\frac{1}{24}$ **Г:** $\frac{1}{48}$ **Д:** $\frac{2}{27}$

30 Чому дорівнює площа, обмежена графіками функцій $y = 2a - |x - a|$ та $y = |x + a| - 2a$, якщо $a > 0$?

- A:** a^2 **Б:** $2a^2$ **В:** $4a^2$ **Г:** $6a^2$ **Д:** $8a^2$