



16 березня 2017 року

Міжнародний математичний конкурс "Кенгуру"

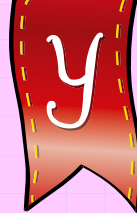
Рівень "Випускник"

умови завдань для учнів 11 класу загальноосвітньої школи

Любий друже! Пам'ятай:

- * за кожну задачу можна отримати від трьох до п'яти балів;
- * за неправильну відповідь бали не знімаються;
- * серед запропонованих варіантів відповідей є лише один правильний;
- * користуватись калькулятором, математичними довідниками чи іншою допоміжною літературою категорично заборонено;

Будь уважний! Тобі під силу віднайти всі правильні відповіді! Бажаємо успіху!

* термін
виконання
завдань – 75 хв.

Завдання 1 – 10 оцінюються трьома балами

1 $\frac{20 \cdot 17}{2+0+1+7} =$

А: 3,4

Б: 17

В: 34

Г: 201,7

Д: 340

2 Макет автомобіля, побудованого у відношенні 1:87 до оригіналу, має висоту 2 см. Якою є висота автомобіля-оригіналу?

А: 1,62 м

Б: 1,70 м

В: 1,74 м

Г: 1,86 м

Д: 1,94 м

3 На малюнку зображено схему з десятьма островами, що з'єднані 15-ма мостами. Яку найменшу кількість мостів потрібно перекрити, щоби по тих, що залишилися, було неможливо добратися з острова А на острів В?

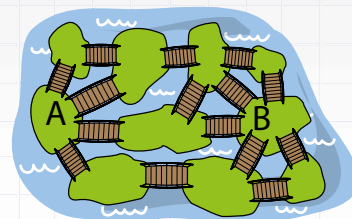
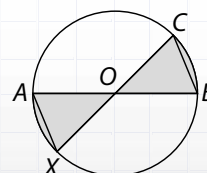
А: 1

Б: 2

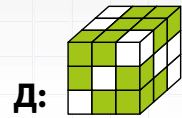
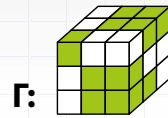
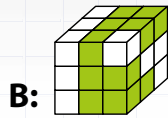
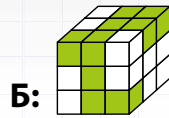
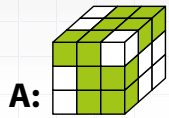
В: 3

Г: 4

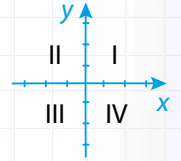
Д: 5

4 75% додатного числа a дорівнює 40% числа b . Яка із наведених у відповідях рівностей є правильною для цих чисел a і b ?А: $15a = 8b$ Б: $7a = 8b$ В: $3a = 2b$ Г: $5a = 12b$ Д: $8a = 15b$ 5 У якій із запропонованих відповідей записано розв'язок рівняння: $\sqrt{x^2 - 1} = \sqrt{x - 1} \sqrt{x + 1}$?А: $x \in \mathbb{R}$ Б: $-1 \leq x \leq 1$ В: $x \geq 1$ Г: $x \leq -1$ Д: $x \in (-\infty; -1] \cup [1; \infty)$ 6 Дано коло з центром у точці O та діаметрами AB і CX , так що $OB = BC$. Яку частину площі круга складає площа частини круга, замальованої сірим кольором?А: $\frac{2}{5}$ Б: $\frac{1}{3}$ В: $\frac{2}{7}$ Г: $\frac{3}{8}$ Д: $\frac{4}{11}$ 

7 Фігура складається з двох зелених і одного білого кубика, склеєних разом так, як це показано на малюнку. Який, із запропонованих у відповідях, кубик можна скласти з 9 таких фігурок?

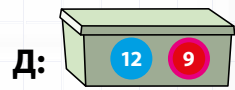
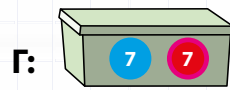
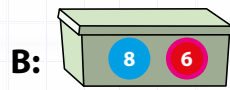
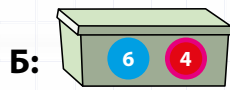
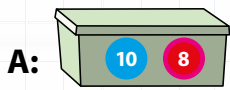


8 У якій із координатних чвертей немає точок графіка функції $y = -3,5x + 7$?



- A:** У I-й. **Б:** У II-й. **В:** У III-й. **Г:** У IV-й. **Д:** Точки графіка є в усіх чотирьох чвертях.

9 У відповідях є малюнки п'яти коробок із червоними та синіми кульками. Кількість кульок вказано на коробках. Із якої коробки Петро має витягти навмання кульку, щоб ймовірність витягнути синю кульку була найбільшою?

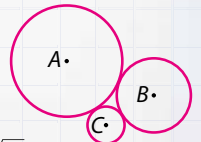


10 Для додатних a, b правильною є рівність $a^2 + b^2 = 4ab$. Чому дорівнює значення виразу $2 \log_2 \frac{a+b}{2} - \log_2(6ab)$?

- A:** -4 **Б:** -2 **В:** 0 **Г:** 1 **Д:** 2

Завдання 11 – 20 оцінюються чотирма балами

11 Три кола з центрами у точках A, B, C , попарно дотикаються одне до одного так, як показано на малюнку, мають радіуси 3 см, 2 см і 1 см відповідно. Чому дорівнює площа трикутника ABC ?



- A:** 6 cm^2 **Б:** $4\sqrt{3} \text{ cm}^2$ **В:** $3\sqrt{2} \text{ cm}^2$ **Г:** 9 cm^2 **Д:** $2\sqrt{6} \text{ cm}^2$

12 Додатне число p менше від 1, а число q більше за 1. Який із виразів, запропонованих у відповідях, за цих умов, набуває найбільшого значення?

- A:** $p \cdot q$ **Б:** $p + q$ **В:** $\frac{p}{q}$ **Г:** p **Д:** q

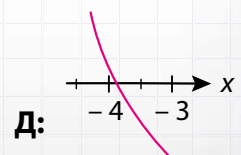
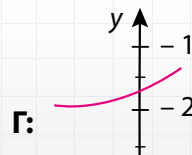
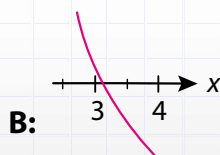
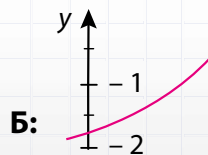
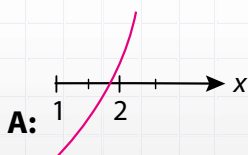
13 Два циліндри A та B мають рівні об'єми. Радіус основи циліндра B на 10% більший, ніж радіус основи циліндра A . На скільки відсотків висота циліндра A більша, ніж висота циліндра B ?

- A:** На 5%. **Б:** На 10%. **В:** На 11%. **Г:** На 20%. **Д:** На 21%.

14 Якщо при $x > 1$ виконується рівність $x - \frac{1}{x} = \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}$, то $x^2 + \frac{1}{x^2} = \dots$

- A:** 5 **Б:** 6 **В:** 7 **Г:** 8 **Д:** 9

15 На чотирьох із запропонованих у відповідях малюнках зображено частини графіка однієї квадратичної функції $y = ax^2 + bx + c, a \neq 0$. На якому з малюнків зображено частину графіка іншої функції?



16 Графік якої із функцій, запропонованих у відповідях, має найбільшу кількість спільних точок з графіком функції $y = x$?

А: $y = x^2$

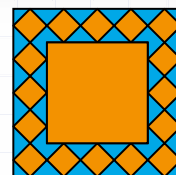
Б: $y = x^3$

В: $y = x^4$

Г: $y = -x^4$

Д: $y = -x$

17 Оленка наклеїла оранжеві квадратики на голубий квадрат і отримала візерунок, який зображено на малюнку. Який відсоток площі початкового голубого квадрата складає площа його незаклеєної частини?



А: 16 %

Б: 24 %

В: 25 %

Г: 32 %

Д: 36 %

18 На графіку функції $y = x^2$ вибрано точки $C(-1; 1)$, $O(0; 0)$, $A(m; n)$ так, що $\angle ACO = 90^\circ$. Чому дорівнює значення суми $m + n$, якщо $m > 0$?

А: 3

Б: 4

В: 5

Г: 6

Д: 8

19 В опуклому чотирикутнику $ABCD$ діагоналі перпендикулярні, і $AB = 2017$ см, $BC = 2018$ см та $CD = 2019$ см. Чому дорівнює AD ?

А: 2016 см

Б: 2018 см

В: $\sqrt{2020^2 - 4}$ см

Г: $\sqrt{2018^2 + 2}$ см

Д: 2020 см

20 Пара чисел $(x; y)$ – розв'язок системи $\begin{cases} |x| + x + y = 5 \\ x + |y| - y = 10 \end{cases}$. Чому дорівнює значення $x + y$?

А: 1

Б: 2

В: 3

Г: 4

Д: 5

Завдання 21 – 30 оцінюються п'ятьма балами

21 У виразі a^b , $a > 0$ основу a збільшили у 2017 разів, а показник b зменшили у 2017 разів. Чому дорівнює a , якщо значення виразу не змінилося?

А: 2017^{-1}

Б: 2017

В: $2017^{\frac{1}{2016}}$

Г: 2017^{2016}

Д: 2018^{2017}

22 Функція $y = f(x)$ задана на всій числовій прямій, так що $f(x) = 10x$, при $x \in [0; 10)$ і $f(x + 10) = \frac{1}{10}f(x)$ для усіх $x \in \mathbb{R}$. Чому дорівнює значення $\int_{16}^{17} f(x) dx$?

А: 6

Б: 6,5

В: 16,5

Г: 17,5

Д: 65

23 Послідовність a_n задано рекурентно: $a_1 = 2017$ і $a_{n+1} = \frac{a_n - 1}{a_n}$. Тоді $a_{2017} =$

А: -2017

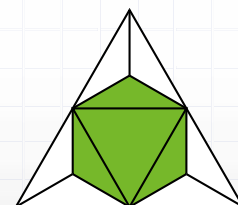
Б: $-\frac{1}{2016}$

В: $\frac{2016}{2017}$

Г: 1

Д: 2017

24 Через середини трьох суміжних ребер правильного тетраедра проведено чотири площини (див. мал.). Яку частину об'єму початкового тетраедра складає об'єм отриманого зеленого восьмигранника?



А: $\frac{4}{5}$

Б: $\frac{3}{4}$

В: $\frac{2}{3}$

Г: $\frac{1}{2}$

Д: $\frac{1}{3}$

25

Галинка сказала шість висловлень про задумане двоцифрове число:

«Одна з його цифр це 2».

«Воно більше, ніж 50».

«Це парне число».

«Воно менше, ніж 30».

«Воно ділиться на три».

«Одна з його цифр є 7».

Знаючи, що дівчинка сказала два хибні висловлення та чотири істинні, і між хибними висловленнями є рівно два істинні, знайдіть задумане число. Чому дорівнює сума цифр цього числа?

A: 9

Б: 12

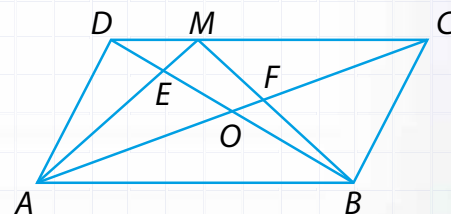
В: 13

Г: 15

Д: 17

26

На малюнку зображено паралелограм $ABCD$ з площею S . Точка O є точкою перетину його діагоналей. На стороні DC вибрано точку M так, що сума площ трикутників AED і BFC дорівнює $\frac{1}{3}S$. Яку частину площі паралелограма складає площа чотирикутника $EOFM$?



A: $\frac{1}{6}$

Б: $\frac{1}{8}$

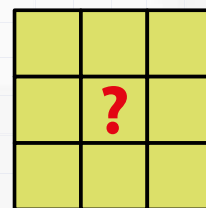
В: $\frac{1}{10}$

Г: $\frac{1}{12}$

Д: $\frac{1}{14}$

27

Сума дев'яти цілих чисел, записаних у клітинах таблиці розміром 3×3 , дорівнює 500. Відомо, що числа в будь-яких двох сусідніх клітинках цієї таблиці (тих, що мають спільну сторону) відрізняються на 1. Яке з чисел, запропонованих у відповідях, є в центральній клітинці?



A: 50

Б: 54

В: 55

Г: 56

Д: 57

28

Сума довжин трьох сторін прямокутного трикутника дорівнює 18 см, а сума квадратів довжин цих сторін дорівнює 128 см^2 . Чому дорівнює площа трикутника?

A: 18 см^2

Б: 16 см^2

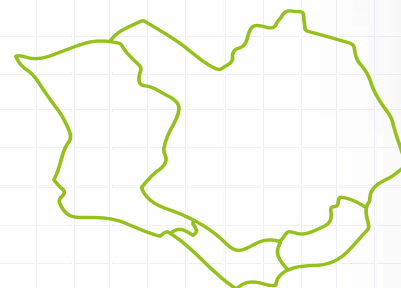
В: 12 см^2

Г: 10 см^2

Д: 9 см^2

29

Оксанка має чотири різні кольорові олівці і хоче використати всі або деякі з них, щоби розфарбувати карту острова, розділеного на чотири країни (див. мал.). На карті дві країни, що мають спільний кордон, не можуть бути розфарбованими одним і тим самим кольором. Скількома способами вона може розфарбувати карту острова?



A: 12

Б: 18

В: 24

Г: 36

Д: 48

30

Чому дорівнює найбільше ціле значення параметра a , для якого рівняння

$$\frac{x^2 - 16}{\sin(\pi\sqrt{x-a})} = 0 \text{ має єдиний розв'язок?}$$

A: -3

Б: -2

В: 1

Г: 2

Д: 3