



16 березня 2017 року

Міжнародний математичний конкурс "Кенгуру"

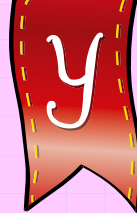
## Рівень "Випускник"

умови завдань для учнів 11 класу загальноосвітньої школи

Любий друже! Пам'ятай:

- \* за кожну задачу можна отримати від трьох до п'яти балів;
- \* за неправильну відповідь бали не знімаються;
- \* серед запропонованих варіантів відповідей є лише один правильний;
- \* користуватись калькулятором, математичними довідниками чи іншою допоміжною літературою категорично заборонено;

Будь уважний! Тобі під силу віднайти всі правильні відповіді! Бажаємо успіху!



\* термін  
виконання  
завдань – 75 хв.

## Завдання 1 – 10 оцінюються трьома балами

1  $\frac{20 \cdot 17}{2+0+1+7} =$

А: 3,4

Б: 17

В: 34

Г: 201,7

Д: 340

2 Макет автомобіля, побудованого у відношенні 1:87 до оригіналу, має висоту 2 см. Якою є висота автомобіля-оригіналу?

А: 1,62 м

Б: 1,70 м

В: 1,74 м

Г: 1,86 м

Д: 1,94 м

3 На малюнку зображено схему з десятьма островами, що з'єднані 15-ма мостами. Яку найменшу кількість мостів потрібно перекрити, щоби по тих, що залишилися, було неможливо добратися з острова А на острів В?

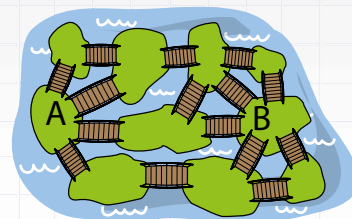
А: 1

Б: 2

В: 3

Г: 4

Д: 5



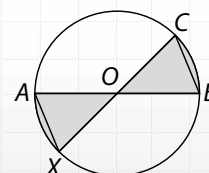
4 75% додатного числа  $a$  дорівнює 40% числа  $b$ . Яка із наведених у відповідях рівностей є правильною для цих чисел  $a$  і  $b$ ?

А:  $15a = 8b$ Б:  $7a = 8b$ В:  $3a = 2b$ Г:  $5a = 12b$ Д:  $8a = 15b$ 

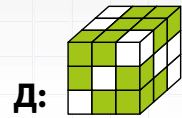
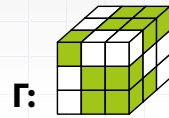
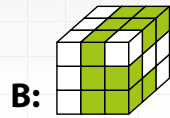
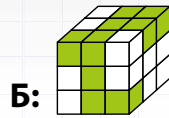
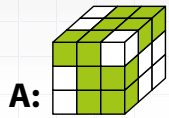
5 У якій із запропонованих відповідей записано розв'язок рівняння:  $\sqrt{x^2 - 1} = \sqrt{x - 1} \sqrt{x + 1}$ ?

А:  $x \in \mathbb{R}$ Б:  $-1 \leq x \leq 1$ В:  $x \geq 1$ Г:  $x \leq -1$ Д:  $x \in (-\infty; -1] \cup [1; \infty)$ 

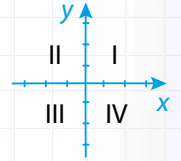
6 Дано коло з центром у точці  $O$  та діаметрами  $AB$  і  $CX$ , так що  $OB = BC$ . Яку частину площі круга складає площа частини круга, замальованої сірим кольором?

А:  $\frac{2}{5}$ Б:  $\frac{1}{3}$ В:  $\frac{2}{7}$ Г:  $\frac{3}{8}$ Д:  $\frac{4}{11}$ 

**7** Фігура складається з двох зелених і одного білого кубика, склеєних разом так, як це показано на малюнку. Який, із запропонованих у відповідях, кубик можна скласти з 9 таких фігурок?

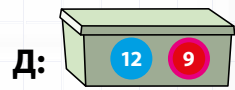
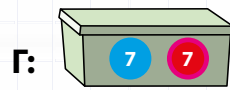
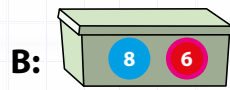
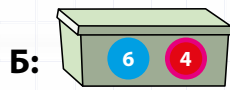
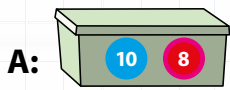


**8** У якій із координатних чвертей немає точок графіка функції  $y = -3,5x + 7$ ?



- A:** У I-й.    **Б:** У II-й.    **В:** У III-й.    **Г:** У IV-й.    **Д:** Точки графіка є в усіх чотирьох чвертях.

**9** У відповідях є малюнки п'яти коробок із червоними та синіми кульками. Кількість кульок вказано на коробках. Із якої коробки Петро має витягти навмання кульку, щоб ймовірність витягнути синю кульку була найбільшою?

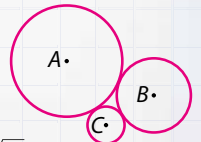


**10** Для додатних  $a, b$  правильною є рівність  $a^2 + b^2 = 4ab$ . Чому дорівнює значення виразу  $2 \log_2 \frac{a+b}{2} - \log_2(6ab)$ ?

- A:** -4    **Б:** -2    **В:** 0    **Г:** 1    **Д:** 2

## Завдання 11 – 20 оцінюються чотирма балами

**11** Три кола з центрами у точках  $A, B, C$ , попарно дотикаються одне до одного так, як показано на малюнку, мають радіуси 3 см, 2 см і 1 см відповідно. Чому дорівнює площа трикутника  $ABC$ ?



- A:**  $6 \text{ cm}^2$     **Б:**  $4\sqrt{3} \text{ cm}^2$     **В:**  $3\sqrt{2} \text{ cm}^2$     **Г:**  $9 \text{ cm}^2$     **Д:**  $2\sqrt{6} \text{ cm}^2$

**12** Додатне число  $p$  менше від 1, а число  $q$  більше за 1. Який із виразів, запропонованих у відповідях, за цих умов, набуває найбільшого значення?

- A:**  $p \cdot q$     **Б:**  $p + q$     **В:**  $\frac{p}{q}$     **Г:**  $p$     **Д:**  $q$

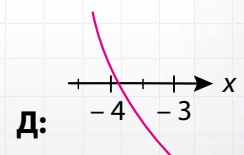
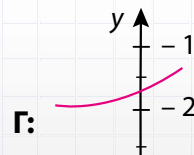
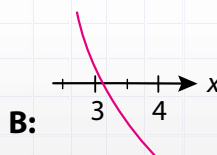
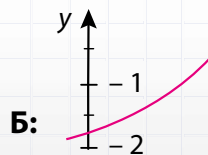
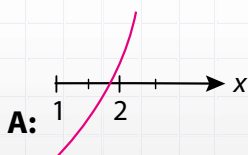
**13** Два циліндри  $A$  та  $B$  мають рівні об'єми. Радіус основи циліндра  $B$  на 10% більший, ніж радіус основи циліндра  $A$ . На скільки відсотків висота циліндра  $A$  більша, ніж висота циліндра  $B$ ?

- A:** На 5%.    **Б:** На 10%.    **В:** На 11%.    **Г:** На 20%.    **Д:** На 21%.

**14** Якщо при  $x > 1$  виконується рівність  $x - \frac{1}{x} = \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}$ , то  $x^2 + \frac{1}{x^2} = \dots$

- A:** 5    **Б:** 6    **В:** 7    **Г:** 8    **Д:** 9

**15** На чотирьох із запропонованих у відповідях малюнках зображено частини графіка однієї квадратичної функції  $y = ax^2 + bx + c, a \neq 0$ . На якому з малюнків зображено частину графіка іншої функції?



16 Графік якої із функцій, запропонованих у відповідях, має найбільшу кількість спільних точок з графіком функції  $y = x$ ?

А:  $y = x^2$

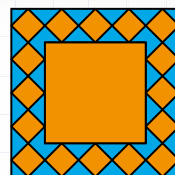
Б:  $y = x^3$

В:  $y = x^4$

Г:  $y = -x^4$

Д:  $y = -x$

17 Оленка наклеїла оранжеві квадратики на голубий квадрат і отримала візерунок, який зображено на малюнку. Який відсоток площі початкового голубого квадрата складає площа його незаклеєної частини?



А: 16 %

Б: 24 %

В: 25 %

Г: 32 %

Д: 36 %

18 На графіку функції  $y = x^2$  вибрано точки  $C(-1; 1)$ ,  $O(0; 0)$ ,  $A(m; n)$  так, що  $\angle ACO = 90^\circ$ . Чому дорівнює значення суми  $m + n$ , якщо  $m > 0$ ?

А: 3

Б: 4

В: 5

Г: 6

Д: 8

19 В опуклому чотирикутнику  $ABCD$  діагоналі перпендикулярні, і  $AB = 2017$  см,  $BC = 2018$  см та  $CD = 2019$  см. Чому дорівнює  $AD$ ?

А: 2016 см

Б: 2018 см

В:  $\sqrt{2020^2 - 4}$  см

Г:  $\sqrt{2018^2 + 2}$  см

Д: 2020 см

20 Пара чисел  $(x; y)$  – розв'язок системи  $\begin{cases} |x| + x + y = 5 \\ x + |y| - y = 10 \end{cases}$ . Чому дорівнює значення  $x + y$ ?

А: 1

Б: 2

В: 3

Г: 4

Д: 5

## Завдання 21 – 30 оцінюються п'ятьма балами

21 У виразі  $a^b$ ,  $a > 0$  основу  $a$  збільшили у 2017 разів, а показник  $b$  зменшили у 2017 разів. Чому дорівнює  $a$ , якщо значення виразу не змінилося?

А:  $2017^{-1}$

Б: 2017

В:  $2017^{\frac{1}{2016}}$

Г:  $2017^{2016}$

Д:  $2018^{2017}$

22 Функція  $y = f(x)$  задана на всій числовій прямій, так що  $f(x) = 10x$ , при  $x \in [0; 10)$  і  $f(x + 10) = \frac{1}{10}f(x)$  для усіх  $x \in \mathbb{R}$ . Чому дорівнює значення  $\int_{16}^{17} f(x) dx$ ?

А: 6

Б: 6,5

В: 16,5

Г: 17,5

Д: 65

23 Послідовність  $a_n$  задано рекурентно:  $a_1 = 2017$  і  $a_{n+1} = \frac{a_n - 1}{a_n}$ . Тоді  $a_{2017} =$

А: -2017

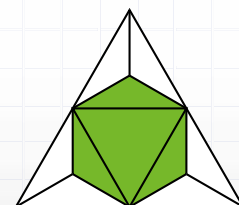
Б:  $-\frac{1}{2016}$

В:  $\frac{2016}{2017}$

Г: 1

Д: 2017

24 Через середини трьох суміжних ребер правильного тетраедра проведено чотири площини (див. мал.). Яку частину об'єму початкового тетраедра складає об'єм отриманого зеленого восьмигранника?



А:  $\frac{4}{5}$

Б:  $\frac{3}{4}$

В:  $\frac{2}{3}$

Г:  $\frac{1}{2}$

Д:  $\frac{1}{3}$

**25**

Галинка сказала шість висловлень про задумане двоцифрове число:

«Одна з його цифр це 2».

«Воно більше, ніж 50».

«Це парне число».

«Воно менше, ніж 30».

«Воно ділиться на три».

«Одна з його цифр є 7».

Знаючи, що дівчинка сказала два хибні висловлення та чотири істинні, і між хибними висловленнями є рівно два істинні, знайдіть задумане число. Чому дорівнює сума цифр цього числа?

**A:** 9

**Б:** 12

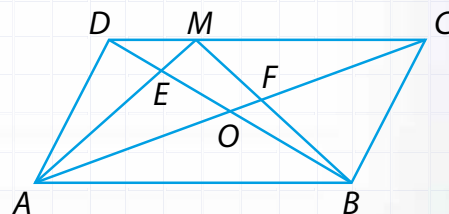
**В:** 13

**Г:** 15

**Д:** 17

**26**

На малюнку зображено паралелограм  $ABCD$  з площею  $S$ . Точка  $O$  є точкою перетину його діагоналей. На стороні  $DC$  вибрано точку  $M$  так, що сума площ трикутників  $AED$  і  $BFC$  дорівнює  $\frac{1}{3}S$ . Яку частину площі паралелограма складає площа чотирикутника  $EOFM$ ?



**A:**  $\frac{1}{6}$

**Б:**  $\frac{1}{8}$

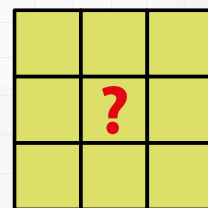
**В:**  $\frac{1}{10}$

**Г:**  $\frac{1}{12}$

**Д:**  $\frac{1}{14}$

**27**

Сума дев'яти цілих чисел, записаних у клітинах таблиці розміром  $3 \times 3$ , дорівнює 500. Відомо, що числа в будь-яких двох сусідніх клітинках цієї таблиці (тих, що мають спільну сторону) відрізняються на 1. Яке з чисел, запропонованих у відповідях, є в центральній клітинці?



**A:** 50

**Б:** 54

**В:** 55

**Г:** 56

**Д:** 57

**28**

Сума довжин трьох сторін прямокутного трикутника дорівнює 18 см, а сума квадратів довжин цих сторін дорівнює  $128 \text{ см}^2$ . Чому дорівнює площа трикутника?

**A:**  $18 \text{ см}^2$

**Б:**  $16 \text{ см}^2$

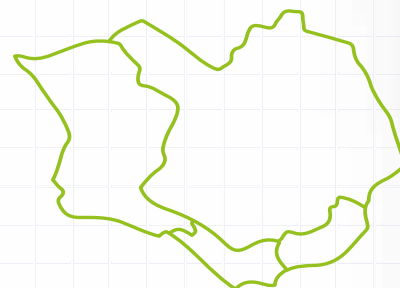
**В:**  $12 \text{ см}^2$

**Г:**  $10 \text{ см}^2$

**Д:**  $9 \text{ см}^2$

**29**

Оксанка має чотири різні кольорові олівці і хоче використати всі або деякі з них, щоби розфарбувати карту острова, розділеного на чотири країни (див. мал.). На карті дві країни, що мають спільний кордон, не можуть бути розфарбованими одним і тим самим кольором. Скількома способами вона може розфарбувати карту острова?



**A:** 12

**Б:** 18

**В:** 24

**Г:** 36

**Д:** 48

**30**

Чому дорівнює найбільше ціле значення параметра  $a$ , для якого рівняння

$$\frac{x^2 - 16}{\sin(\pi\sqrt{x-a})} = 0 \text{ має єдиний розв'язок?}$$

**A:** -3

**Б:** -2

**В:** 1

**Г:** 2

**Д:** 3