



Любий друже! Пам'ятай:

- \* за кожну задачу можна отримати від трьох до п'яти балів;
- \* за неправильну відповідь бали не знімаються;
- \* серед запропонованих варіантів відповідей є лише один правильний;
- \* користуватись калькулятором, математичними довідниками чи іншою допомогою літературно категорично заборонено;

\* термін виконання завдань – 75 хв.

Будь уважний! Тобі під силу віднайти всі правильні відповіді! Бажаємо успіху!



**Завдання 1 – 10 оцінюються трьома балами**

**1** Чому дорівнює значення виразу  $\frac{7777^2}{5555 \times 2222}$ ?

- A:** 1      **Б:**  $\frac{7}{10}$       **В:**  $\frac{49}{10}$       **Г:**  $\frac{77}{110}$       **Д:** 49

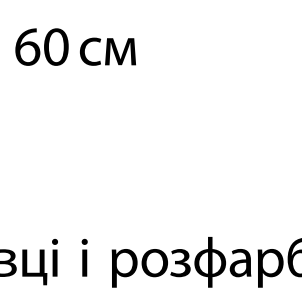
**2** Юля кидає п'ять гральних кубиків. Кількість крапок на їх верхніх гранях дорівнює 19. Яку максимальну кількість шістьок вона могла кинути?

- A:** 0      **Б:** 1      **В:** 2      **Г:** 3      **Д:** 4

**3** Якою цифрою закінчується добуток  $(5^{21} + 1)(5^{22} + 1)(5^{23} + 1)$ ?

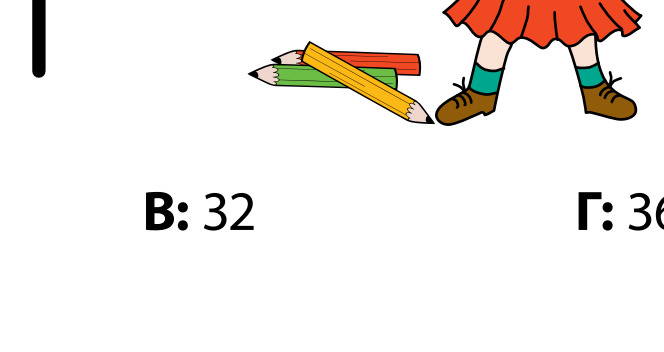
- A:** 1      **Б:** 2      **В:** 3      **Г:** 4      **Д:** 6

**4** Циліндрична банка має висоту 15 см, а периметр її круглої основи дорівнює 30 см. Мураха повзе від точки *A* на нижній основі до точки *B* на верхній. Її шлях або вертикально вгору, або горизонтально вздовж дуг навколо банки. Цей шлях показано товстішою лінією (червона для шляху на видимій частині банки та синя на невидимій). Чому дорівнює довжина шляху мурахи в см?



- A:** 45 см      **Б:** 55 см      **В:** 60 см      **Г:** 65 см      **Д:** 75 см

**5** Емілія має чотири різнокольорові олівці і розфарбує прямокутний прапор, показаний малюнку у три кольори так, щоб кожна смуга була однокольорною і жодні дві сусідні смуги не були одного кольору. Скількома способами вона може це зробити?

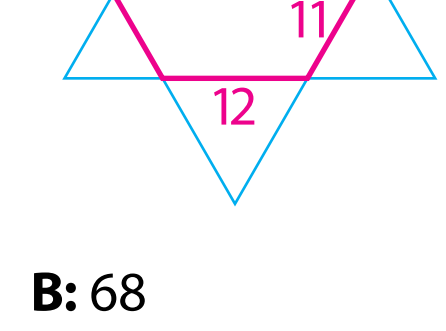


- A:** 24      **Б:** 27      **В:** 32      **Г:** 36      **Д:** 64

**6** Чому дорівнює сума цифр числа *N*, якщо  $N! = 6! \cdot 7!$ ?

- A:** 0      **Б:** 1      **В:** 2      **Г:** 3      **Д:** 4

**7** Два рівносторонні трикутники накладено так, що їхня спільна частина – шестикутник, протилежні сторони якого паралельні. Довжини чотирьох сторін цього шестикутника показано на малюнку. Чому дорівнює периметр цього шестикутника?



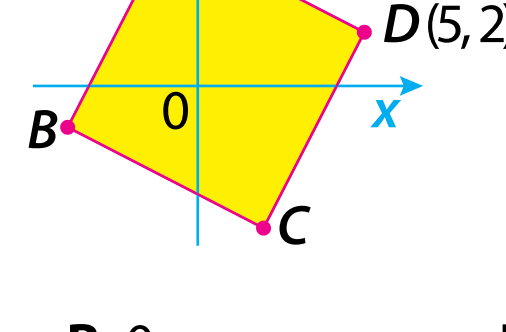
- A:** 64      **Б:** 66      **В:** 68      **Г:** 70      **Д:** 72

**8** Квадрат площею 84 см<sup>2</sup> поділили на чотири квадрати і верхній лівий квадрат зафарбували в фіолетовий колір. Нижній правий квадрат знову ділимо на чотири квадрати і лівий верхній з утворених зафарбовуємо у фіолетовий колір. Описану процедуру проводимо нескінченну кількість разів (див. мал.). Чому дорівнює площа фігури, пофарбованої в фіолетовий колір?



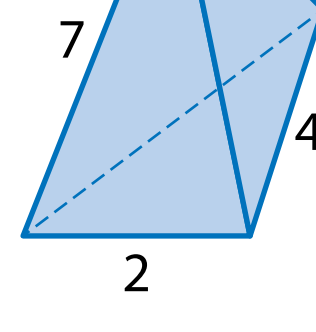
- A:** 24 см<sup>2</sup>      **Б:** 28 см<sup>2</sup>      **В:** 31 см<sup>2</sup>      **Г:** 35 см<sup>2</sup>      **Д:** 42 см<sup>2</sup>

**9** Точкою перетину діагоналей квадрата *ABCD*, зображеного на малюнку є початок координат *O*(0, 0). Однією з вершин квадрата є точка *D*(5, 2). Чому дорівнює сума всіх координат вершин *A* і *B* цього квадрата?



- A:** -7      **Б:** -4      **В:** 0      **Г:** 3      **Д:** 7

**10** Трикутна піраміда має ребра цілочисельної довжини. Довжини чотирьох ребер показано на малюнку. Чому дорівнює сума довжин двох інших ребер?



- A:** 9      **Б:** 10      **В:** 11      **Г:** 12      **Д:** 13

**Завдання 11 – 20 оцінюються чотирма балами**

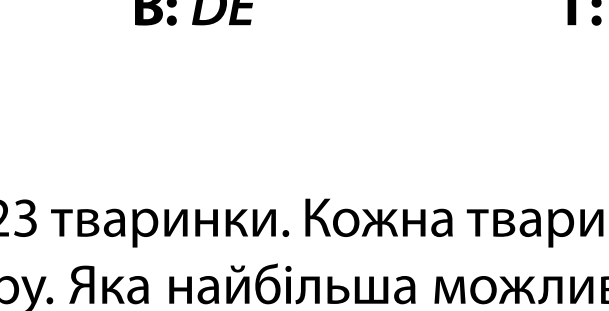
**11** Дано п'ять чисел  $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$ , сума яких дорівнює *S*. Для кожного  $k, 1 \leq k \leq 5, a_k = k + S$ . Чому дорівнює значення *S*?

- A:**  $\frac{15}{4}$       **Б:**  $-\frac{15}{4}$       **В:** -15      **Г:** 15      **Д:** жодному з попередніх

**12** Називаємо натуральне число *n* **подвійно простим**, якщо воно має рівно три різні дільники, 1, 2 і *n* (саме число). Скільки існує різних **подвійно простих** цілих чисел?

- A:** 0      **Б:** 1      **В:** 2      **Г:** 3      **Д:** 4

**13** Сім відрізків утворюють три трикутники, так як показано на малюнку. Який із цих семи відрізків найдовший?

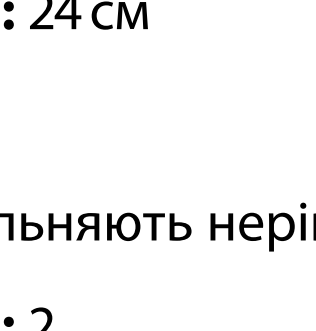


- A:** *BD*      **Б:** *CD*      **В:** *DE*      **Г:** *BE*      **Д:** *AE*

**14** У лісі на галявині в ряд сидить 23 тваринки. Кожна тваринка або бобер, або кенгуру. У кожного є хоча б один сусід кенгуру. Яка найбільша можлива кількість бобрів у цьому ряду?

- A:** 7      **Б:** 8      **В:** 10      **Г:** 11      **Д:** 13

**15** Великий квадрат на малюнку розрізано на чотири менші квадрати. Коло дотикається правої сторони квадрата в його середині. Чому дорівнює довжина сторони великого квадрата? Зверніть увагу, що малюнок не намальований у масштабі задачі.



- A:** 18 см      **Б:** 20 см      **В:** 24 см      **Г:** 28 см      **Д:** 30 см

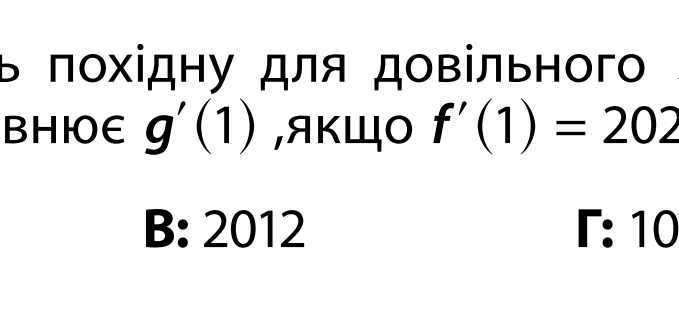
**16** Скільки пар цілих чисел *m* і *n* задовольняють нерівність  $|2m - 2023| + |2n - m| \leq 1$ ?

- A:** 0      **Б:** 1      **В:** 2      **Г:** 3      **Д:** 4

**17** Нехай *x* і *y* – дійсні числа, такі, що  $2^x = 9$  і  $3^y = 32$ . Чому дорівнює значення добутку  $x \cdot y$ ?

- A:** 8      **Б:** 9      **В:** 10      **Г:** 12      **Д:** 15

**18** П'ятикутник розрізано на менші частини так, як показано на малюнку. Цифри всередині трикутників позначають їх площі. Чому дорівнює площа *P* заштрихованого чотирикутника?

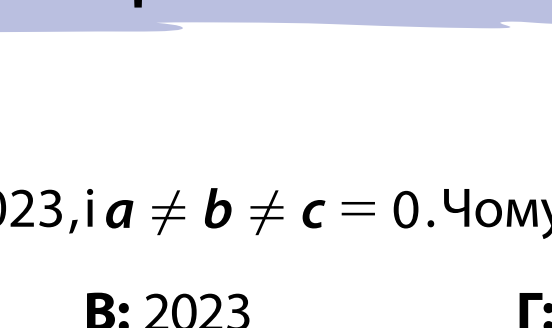


- A:** 15 кв. од.      **Б:** 16 кв. од.      **В:** 17 кв. од.      **Г:** 18 кв. од.      **Д:** 19 кв. од.

**19** Дві функції  $f(x)$  і  $g(x)$  мають похідну для довільного  $x \in \mathbb{R}$  і задовольняють умову  $f(x) + 2g(2-x) = x^2$ . Чому дорівнює  $g'(1)$ , якщо  $f'(1) = 2023$ ?

- A:** 1      **Б:** 2024      **В:** 2012      **Г:** 1012      **Д:** 1011

**20** У прямокутній трапеції *ABCD*, де прямим кутам відповідають вершини *B* і *C*, основи *AB* і *CD* дорівнюють відповідно 120 мм і 30 мм. Діагоналі трапеції перетинаються в точці *E*. Чому дорівнює відстань *d* від *E* до сторони *BC*?



- A:** 21 мм      **Б:** 22 мм      **В:** 23 мм      **Г:** 24 мм      **Д:** 25 мм

**Завдання 21 – 30 оцінюються п'ятьма балами**

**21** Нехай  $\frac{a+b}{c} + \frac{b+c}{a} + \frac{c+a}{b} = 2023, a \neq b \neq c = 0$ . Чому дорівнює  $(a+b+c)(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c})$ ?

- A:** 2026      **Б:** 2024      **В:** 2023      **Г:** 1012      **Д:** 1011

**22** Два будівельники і шість помічників виконують роботу в 4 рази швидше, ніж один будівельник без помічників, який виконує таку саму роботу. Скільки помічників потрібно мати одному будівельнику, щоб виконати ту саму роботу в 5 разів швидше, ніж він виконував би без помічника?

- A:** 20      **Б:** 16      **В:** 15      **Г:** 12      **Д:** 10

**23** Петрик записав чотири рівності: (I)  $(a-1)(b-c)=0$ , (II)  $b+c=1$ , (III)  $b=c$ , (IV)  $b=-c$ . Знайдіть найменшу можливу кількість правильних рівностей, серед записаних хлопцем, якщо числа *a*, *b* і *c* задовольняють систему рівнянь:

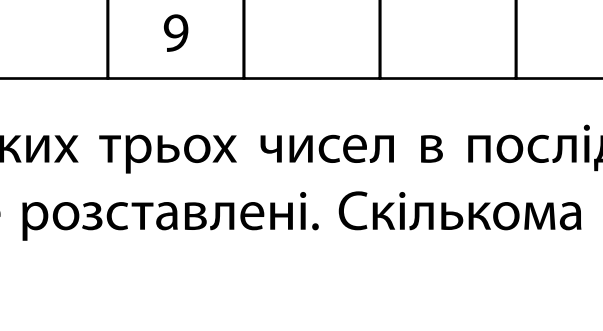
$$\begin{cases} ac + b = 1; \\ ab + c = 1 \end{cases}$$

- A:** 0      **Б:** 1      **В:** 2      **Г:** 3      **Д:** 4

**24** Чому дорівнює значення виразу  $\cos^2(1^\circ) + \cos^2(3^\circ) + \cos^2(5^\circ) + \dots + \cos^2(89^\circ)$ ?

- A:** 0      **Б:** 22,5      **В:** 23      **Г:** 45      **Д:** 46

**25** Лінії *p* і *q* на малюнку задані рівняннями  $y = ax + b$  і  $y = cx + d$  відповідно. У якій із відповідей правильними є обидва співвідношення між коефіцієнтами *a*, *b*, *c* і *d*?



- A:**  $c > 0, c < a$       **Б:**  $a < c, c < b$       **В:**  $b < c, a < 0$       **Г:**  $b < 0, d < a$       **Д:**  $a < d, d < 0$

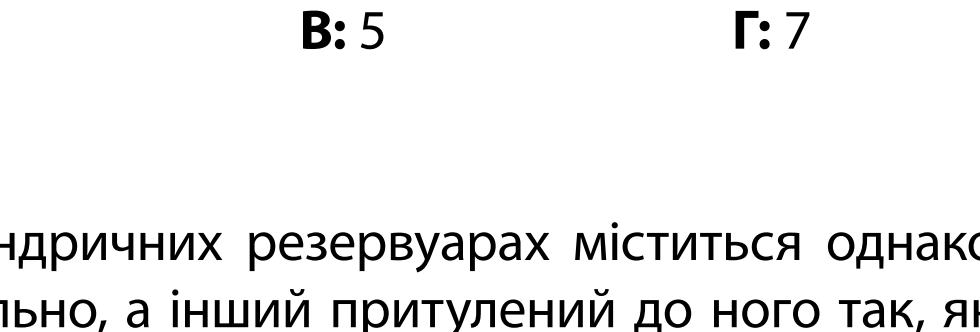
**26** Кожне з цілих чисел від 1 до 9 потрібно розмістити по одному в клітинку на малюнку

	7	9				
--	---	---	--	--	--	--

так, щоб при додаванні будь яких трьох чисел в послідовних клітинках отримувалося число кратне 3. Числа 7 і 9 вже розставлені. Скількома різними способами можна заповнити інші клітинки?

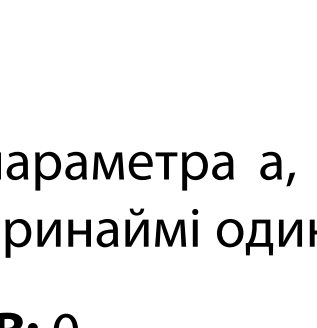
- A:** 9      **Б:** 12      **В:** 15      **Г:** 18      **Д:** 24

**27** Блок у формі правильного тетраедра має одну заштриховану грань. Затінена грань блоку розміщується на дошці в трикутнику з позначкою СТАРТ. Блок перекочується з одного трикутника на інший, обертаючись завжди навколо одного ребра. На якому з трикутників буде стояти блок вперше знову на своїй затіненій грані? (див. мал.)



- A:** *A*      **Б:** *B*      **В:** *C*      **Г:** *D*      **Д:** *E*

**28** Числа від 1 до 11 розташуйте в шестикутниках так, щоб сума трьох чисел навколо кожної з шести чорних крапок була однаковою. Три числа уже розміщено. Яке число буде розміщено в шестикутнику зі знаком питання?



- A:** 1      **Б:** 3      **В:** 5      **Г:** 7      **Д:** 9

**29** У двох однакових циліндричних резервуарах міститься однакова кількість води. Один циліндр стоїть вертикально, а інший притулений до нього так, як зображено на малюнку. Рівень води в кожному з них однаковий. Дно кожного з циліндрів – коло з площею  $3\pi$  м<sup>2</sup>. Скільки води містить кожен резервуар?



- A:**  $3\pi$  м<sup>3</sup>      **Б:**  $6\pi$  м<sup>3</sup>      **В:**  $9\pi$  м<sup>3</sup>      **Г:**  $34\pi$  м<sup>3</sup>      **Д:** це неможливо визначити з наданої інформації

**30** Чому дорівнює сума всіх значень параметра *a*, для яких рівняння  $x^2 + ax + 2023 = 0$  і рівняння  $x^2 + 2023x + a = 0$  мають принаймні один спільний розв'язок?

- A:** -4047      **Б:** -1      **В:** 0      **Г:** 1      **Д:** 4047