



18 березня 2021 року

Міжнародний математичний конкурс "Кенгуру"

Рівень "Випускник"

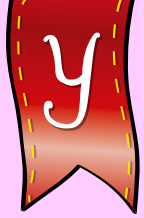
умови завдань для учнів 11 класу загальноосвітньої школи

Любий друже! Пам'ятай:

- * за кожну задачу можна отримати від трьох до п'яти балів;
- * за неправильну відповідь бали не знімаються;
- * серед запропонованих варіантів відповідей є лише один правильний;
- * користуватись калькулятором, математичними довідниками чи іншою допоміжною літературою категорично заборонено;

Будь уважний! Тобі під силу віднайти всі правильні відповіді! Бажаємо успіху!

*** термін виконання завдань – 75 хв.**

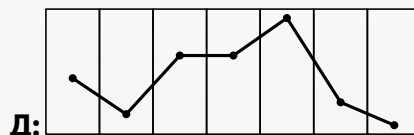
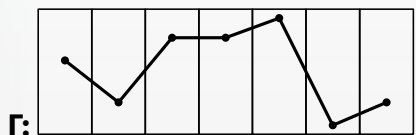
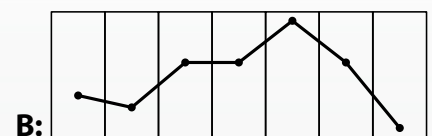
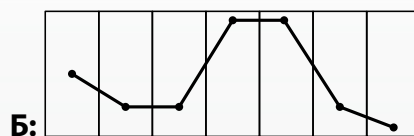


Завдання 1 – 10 оцінюються трьома балами

1

Петрик переглянув у додатку на телефоні прогноз погоди на наступні декілька днів (див. мал.). Який графік температур, із запропонованих у відповідях, може відображати такий прогноз погоди?

| | | | | | | |
|------|------|-----|-----|-----|------|------|
| | | | | | | |
| -1°C | -4°C | 0°C | 0°C | 3°C | -3°C | -5°C |
| Пт | Сб | Нд | Пн | Вт | Ср | Чт |



2

$\sqrt[5]{\sqrt[3]{\sqrt{a}}} = 2$. Чому дорівнює a ?

А: $2^{\frac{1}{5}} + 2^{\frac{1}{3}} + 2^{\frac{1}{2}}$

Б: 2^9

В: 2^{10}

Г: 2^{15}

Д: 2^{30}

3

Куб із ребром 1 см розрізали на два однакових паралелепіпеди. Чому дорівнює площа повної поверхні одного з цих паралелепіпедів?

А: $1,5 \text{ см}^2$

Б: 2 см^2

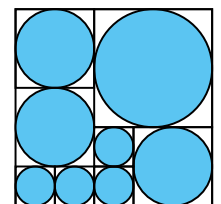
В: 3 см^2

Г: 4 см^2

Д: 5 см^2

4

Великий квадрат розділено на менші квадрати. У кожен менший квадрат вписано зафарбований круг. Яку частину великого квадрата зафарбовано (див. мал.)?



А: $\frac{8\pi}{9}$

Б: $\frac{13\pi}{16}$

В: $\frac{3}{\pi}$

Г: $\frac{3}{4}$

Д: $\frac{\pi}{4}$

5

$3^x = 3^{20} \cdot 3^{20} \cdot 3^{18} + 3^{19} \cdot 3^{20} \cdot 3^{19} + 3^{18} \cdot 3^{21} \cdot 3^{19}$. Чому дорівнює x ?

А: 57

Б: 58

В: 59

Г: 60

Д: 61

6 Прямокутний аркуш паперу має розміри x, y , де $x > y$. З цього аркуша паперу двома різними способами утворили циліндричні поверхні: першу – з довжиною кола основи x і другу – з довжиною кола основи y . Чому дорівнює відношення об'єму першого циліндра до об'єму другого циліндра?

A: $y^2 : x^2$

B: $y : x$

B: $1 : 1$

Г: $x : y$

Д: $x^2 : y^2$

7 Нехай $x = \frac{\pi}{4}$. Значення якого із наведених у відповідях виразів є найбільшим?

A: x^4

B: x^2

B: x

Г: \sqrt{x}

Д: $\sqrt[3]{x}$

8 Скільки існує трицифрових чисел, утворених за допомогою лише цифр 1, 3 і 5, які діляться на 3, якщо цифри в числі можуть повторюватися?

A: 3

B: 6

B: 9

Г: 18

Д: 27

9 Чому дорівнює площа трикутника з вершинами в точках $A(p, q)$, $B(3p, q)$ та $C(2p, 3q)$, якщо $p, q > 0$?

A: $\frac{pq}{2}$

B: pq

B: $2pq$

Г: $3pq$

Д: $4pq$

10 Серед усіх трикутників, довжини сторін яких дорівнюють x см, $2x$ см і 21 см, де x є цілим числом, Петрик знайшов трикутник із найбільшим периметром. Чому дорівнює цей периметр?

A: 91 см

B: 81 см

B: 71 см

Г: 61 см

Д: 51 см

Завдання 11 – 20 оцінюються чотирма балами

11 Коренем рівняння $a(x + 1)^4 + b(x + 1)^2 + c = 0$ є число 5. Яке число, із запропонованих у відповідях, обов'язково теж є коренем цього рівняння?

A: -7

B: -5

B: -4

Г: 0

Д: 7

12 Числа a та b задовольняють умову $ab = a - b$. Чому тотожно дорівнює $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} - ab$, якщо $a \neq 0, b \neq 0$?

A: 0

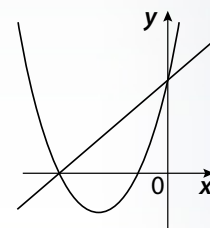
B: 2

B: $a - b$

Г: $a + b$

Д: $-ab$

13 На малюнку зображені графіки лінійної функції і функції $y = ax^2 + bx + c$, де a, b та c – різні дійсні числа. Яке з наведених у відповідях рівнянь може бути рівнянням лінійної функції?



A: $y = bx + c$

B: $y = cx + b$

B: $y = ax + b$

Г: $y = ax + c$

Д: $y = cx + a$

14 Яку частину всіх дільників числа $5!$ складають непарні числа?

A: $\frac{1}{4}$

B: $\frac{3}{8}$

B: $\frac{1}{2}$

Г: $\frac{5}{8}$

Д: $\frac{3}{4}$

15 Яку множину утворюють усі можливі суми $a + b$, якщо $a \in (0; 1) \cup (2; 3)$ і $b \in (1; 2) \cup (3; 4)$?

A: $(1; 7)$

B: $(1; 5) \cup (5; 7)$

B: $(1; 3) \cup (3; 7)$

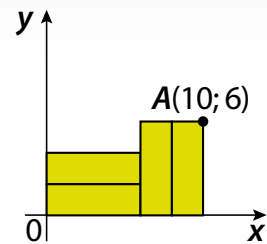
Г: $(1; 3) \cup (3; 5) \cup (5; 7)$

Д: $(0; 4) \cup (1; 2) \cup (2; 3) \cup (3; 4)$

16 Андрій з'ясував, що для числа a існують лише два різні числа x , для яких a на $x\%$ більше, ніж 15 і на $x\%$ менше, ніж x . Чому дорівнює модуль різниці можливих значень x ?

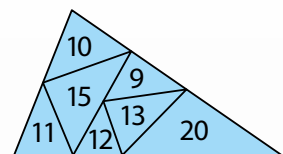
- А: 35 Б: 36 В: 45 Г: 46 Д: 55

17 Чотири однакові прямокутники розміщені на координатній площині так, як показано на малюнку. Пряма, що проходить через точки $A(10; 6)$, $B(6; a)$, ділить затінену фігуру на 2 частини однакової площі. Чому дорівнює a ?



- А: 2 Б: $\frac{8}{3}$ В: 3 Г: $\frac{10}{3}$ Д: $\frac{11}{3}$

18 Великий трикутник розділено на менші трикутники так, як показано на малюнку. В середині кожного малого трикутника записано його периметр у метрах. Чому дорівнює периметр великого трикутника?



- А: 31 м Б: 34 м В: 41 м Г: 62 м Д: 65 м

19 Функція $f(x)$ має такі властивості: $f(1) = 2$ і $f(x+1) = f(x) \cdot f(1)$, для усіх $x \in \mathbb{R}$. Чому дорівнює значення виразу $\frac{f(2)}{f(1)} + \frac{f(3)}{f(2)} + \dots + \frac{f(2021)}{f(2020)}$?

- А: 0 Б: 2 В: 2020 Г: 2021 Д: 4040

20 Геометрична прогресія має 20 членів. Сума перших двох її членів дорівнює 40. Сума перших трьох її членів дорівнює 76. Сума перших чотирьох її членів дорівнює 130. Визначте, скільки членів цієї прогресії є цілими числами?

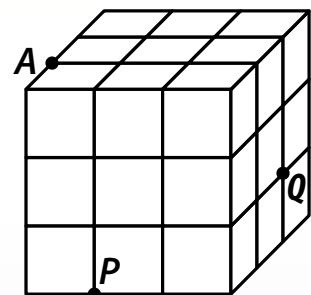
- А: 2 Б: 3 В: 4 Г: 5 Д: 6

Завдання 21 – 30 оцінюються п'ятьма балами

21 У якій із відповідей правильно розставлені знаки нерівності між значеннями похідної функції $f(x) = e^{\sin x}$ у точках $x_1 = 0$; $x_2 = \frac{\pi}{2}$; $x_3 = \pi$.

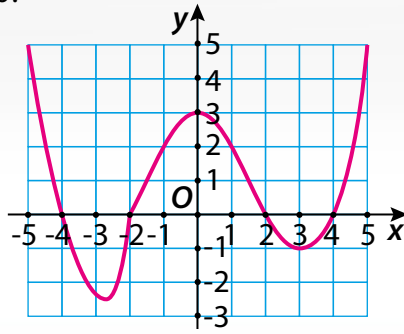
- А: $f'(0) < f'(\frac{\pi}{2}) < f'(\pi)$ Б: $f'(\pi) < f'(0) < f'(\frac{\pi}{2})$ В: $f'(\pi) < f'(\frac{\pi}{2}) < f'(0)$
 Г: $f'(\frac{\pi}{2}) < f'(\pi) < f'(0)$ Д: $f'(\frac{\pi}{2}) < f'(0) < f'(\pi)$

22 Вершини трикутника PQA розміщено у вершинах ґратки на поверхні куба 3×3 так, як показано на малюнку. Визначте вид трикутника PQA .



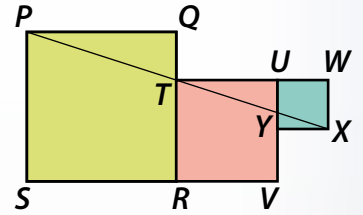
- А: Трикутник різносторонній і гострокутний Б: Трикутник різносторонній і тупокутний
 В: Трикутник різносторонній і прямокутний Г: Трикутник рівнобедрений і прямокутний
 Д: Трикутник рівнобедрений і тупокутний

23 На малюнку зображено графік функції $y = f(x)$, заданої на відрізку $[-5, 5]$. Скільки різних розв'язків має рівняння $f(f(x)) = 0$?



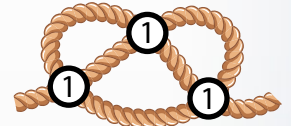
- А: 2 Б: 4 В: 6 Г: 7 Д: 8

24 Три квадрати $PQRS$, $TRVU$ та $UWXY$ розміщено так, як показано на малюнку. Площа $PQRS$ дорівнює 36 см^2 , а площа $TRVU$ дорівнює 16 см^2 . Чому дорівнює площа трикутника PXV , якщо точки P , T і X лежать на одній прямій?



- А: $14\frac{2}{3} \text{ см}^2$ Б: $15\frac{1}{3} \text{ см}^2$ В: 16 см^2 Г: $17\frac{2}{3} \text{ см}^2$ Д: 18 см^2

25 На столі лежить шнурок. Місця накладань накріті монетами так, як це показано на малюнку. Під монетами може бути одне з двох накладань:



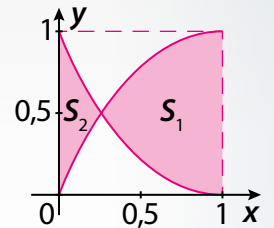
Яка ймовірність того, що шнурок затягнеться у вузол?

- А: $\frac{1}{2}$ Б: $\frac{1}{4}$ В: $\frac{1}{8}$ Г: $\frac{3}{4}$ Д: $\frac{3}{8}$

26 Чому дорівнює найбільше ціле значення функції $f(x) = 5 + \frac{2 \sin(\log_2 x^2)}{\cos(\log_2 x)}$?

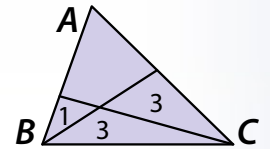
- А: 9 Б: 8 В: 7 Г: 6 Д: 5

27 На малюнку зображено частини двох парабол $y = x(2 - x)$ і $y = (x - 1)^2$. Затінені області мають площі S_1 і S_2 . Чому дорівнює $S_1 - S_2$?



- А: $\frac{1}{3}$ Б: $\frac{2}{3}$ В: 0 Г: $\frac{1}{2}$ Д: $\frac{1}{4}$

28 Трикутник ABC розділений на чотири частини двома прямими лініями так, як показано на малюнку. Площі трикутних частин дорівнюють 1 см^2 , 3 см^2 і 3 см^2 . Чому дорівнює площа трикутника ABC ?



- А: 12 см^2 Б: $12,5 \text{ см}^2$ В: 13 см^2 Г: $13,5 \text{ см}^2$ Д: 14 см^2

29 Нехай a і b – додатні числа. Чому дорівнює найменше значення виразу $(\frac{1}{a} + \frac{1}{b})(4 + ab)$?

- А: 4 Б: $4\sqrt{2}$ В: 6 Г: 8 Д: 10

30 Нехай $M(k)$ – найбільше значення виразу $|4x^2 - 4x + k|$ при $x \in [-1, 1]$, $k \in \mathbb{R}$. Чому дорівнює найменше можливе значення $M(k)$?

- А: 4 Б: $\frac{9}{2}$ В: 5 Г: $\frac{11}{2}$ Д: 8